



HAL
open science

Sur un test temps-fréquence de stationnarité

Jun Xiao, Pierre Borgnat, Patrick Flandrin

► **To cite this version:**

Jun Xiao, Pierre Borgnat, Patrick Flandrin. Sur un test temps-fréquence de stationnarité. 2008. ensl-00261530v1

HAL Id: ensl-00261530

<https://ens-lyon.hal.science/ensl-00261530v1>

Preprint submitted on 7 Mar 2008 (v1), last revised 23 Jan 2009 (v2)

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Sur un test temps-fréquence de stationnarité

Jun Xiao^{1,2}, Pierre Borgnat¹ et Patrick Flandrin^{1,*}

5 mars 2008

1- Université de Lyon, École Normale Supérieure de Lyon,
Laboratoire de Physique, UMR 5672 CNRS, 46 allée d'Italie, 69364 Lyon Cedex 07 France.

2- School of Information, Science and Technology, East China Normal University,
No. 500, Rd. Dongchuan, 200433, Shanghai, Chine

E-mail : {jun.xiao,pborgnat,flandrin}@ens-lyon.fr

* Contact :

Tel. : +33 (0)4 72 72 81 60

Fax : +33 (0)4 72 72 80 80

Résumé—On propose un nouveau test de stationnarité auquel l'utilisation de substituts temps-fréquence permet de donner un sens statistique précis. Le test est relatif à une durée d'observation et peut s'appliquer à des bandes de fréquence, donnant un cadre à ce qui est souvent fait en pratique. Un degré de non-stationnarité peut être attaché au test, ainsi que, le cas échéant, une échelle caractéristique de la non-stationnarité détectée.

Abstract—We propose a novel test of stationarity to which the use of time-frequency surrogates permits to give a precise statistical meaning. The test operates relatively to an observation scale and can be applied to frequency subbands, thus offering a framework to what is often done in practice. An index of nonstationarity can be attached to the test, as well as a characteristic scale of the detected nonstationarity, if any.

1 Introduction

Dans l'introduction à sa première monographie sur les "fractales" [3], B. Mandelbrot reconsidère la notion de dimension en lui donnant un caractère explicitement *relatif* :

"[...] la dimension physique a inévitablement une base pragmatique, donc subjective, elle est affaire de degré de résolution. Comme confirmation, montrons qu' [...] une pelote de 10 cm de diamètre, faite de fil de 1 mm de diamètre, possède, de façon en quelque sorte latente, plusieurs dimensions physiques distinctes. Au degré de résolution de 10 mètres, elle apparaît comme un point, donc comme une figure zéro-dimensionnelle ; au degré de résolution de 10 cm, c'est une boule, donc une figure tridimensionnelle ; au degré de résolution de 10 mm, c'est un ensemble de fils, donc une figure unidimensionnelle ; au degré de résolution de 0,1 mm, chaque fil devient une sorte de colonne, et le tout redevient une figure tridimensionnelle ; au degré de résolution de 0,01 mm, chaque colonne se résout en fibres filiformes, et le tout redevient une figure unidimensionnelle, et ainsi de suite, la valeur de la dimension ne cessant de sautiller."

Ce qui est dit ici de la dimension a en fait une portée plus générale, et c'est en particulier le cas pour le concept de *stationnarité*. En effet, alors que la stationnarité usuelle est classiquement bien définie comme une invariance de propriétés statistiques par rapport à un temps absolu, dire d'un signal qu'il est stationnaire ou non n'a en pratique de sens que relativement à un horizon d'observation et/ou un domaine de fréquences d'intérêt. Par analogie avec l'exemple cité précédemment, il n'est que de considérer un signal de parole qui, vu à long terme à l'échelle de quelques secondes, est souvent cité comme un prototype de signal non stationnaire, avec une succession de segments (voisés, non-voisés, silences, etc.) aux caractéristiques différentes. Le même signal cependant, si on le regarde à plus court terme à l'échelle de quelques dizaines de millisecondes sera volontiers considéré comme stationnaire (en particulier dans ses parties voisées) et justiciable de méthodes d'analyse et de codage (analyse spectrale, prédiction linéaire, etc.) reposant sur une telle hypothèse. Mais que l'on "zoom" encore sur ce même signal et qu'on l'observe à l'échelle de la milliseconde, et c'est de nouveau une interprétation non stationnaire qui l'emporte en mettant l'accent sur le caractère transitoire des oscillations dont la périodicité assurait à plus grande échelle une forme de permanence temporelle. Tout comme pour la dimension dont la valeur n'avait de sens que relativement à une échelle d'observation, on voit sur cet exemple que l'idée de stationnarité est elle aussi assujettie à des considérations relatives, un même signal étant décrit comme stationnaire à une échelle mésoscopique et non stationnaire à des échelles macroscopique ou microscopique.

Il apparaît ainsi que le concept standard de stationnarité n'est pas *opérationnel* au sens où sa considération pratique doit s'assortir d'aménagements heuristiques s'appuyant sur une notion de localité qui, dans le principe, s'oppose à la notion de permanence associée à l'idée de stationnarité.

De plus, l'interprétation empirique de la stationnarité s'affranchit alors du cadre théorique des signaux stochastiques en mettant dans un même ensemble les signaux aléatoires et déterministes stationnaires. Dès lors qu'il se révèle être la répétition d'un certain motif — qu'il soit aléatoire ou non — ne présentant pas trop de variabilité tout au long de l'observation, un signal sera probablement dit stationnaire. Enfin, qu'un signal soit stationnaire ou non, une certaine variabilité locale est attendue; déduire d'une telle variabilité temporelle l'indice d'une non-stationnarité nécessite de pouvoir justifier que celle-ci est statistiquement significative. Tester la stationnarité d'un signal observé est ainsi une question qui mérite d'être précisée en lui donnant à la fois un sens relatif et un sens statistique.

C'est cette double question de re-considérer qualitativement l'idée de stationnarité dans une perspective relative et de la tester quantitativement qui fait l'objet de cet article. À cette fin, celui-ci s'attache à fixer le cadre général d'une méthode opérant dans le plan temps-fréquence par comparaison de spectres locaux et globaux, l'originalité étant de construire une référence "stationnarisée" permettant, le cas échéant, de rejeter l'hypothèse nulle de stationnarité. Cette référence est obtenue à partir des données elles-mêmes sous la forme d'un ensemble de *substituts* préservant le spectre global tout en supprimant la structuration temporelle représentative de la non-stationnarité. On discutera plus particulièrement de la façon d'obtenir un ensemble convenable de tels substituts et d'en déduire une statistique de décision à base de "distances" temps-fréquence. Sur la base d'un exemple simple mettant en jeu une (ou des) échelle(s) connue(s) de non-stationnarité, on montrera enfin que, dans le cas où l'hypothèse de stationnarité est rejetée, il est possible de définir un *indice de non-stationnarité* et d'estimer la (ou les) échelle(s) caractéristique(s) de cette dernière.

2 Cadre général

La voie que l'on se propose de suivre pour tester la stationnarité d'un signal observé est de type temps-fréquence. Elle est basée sur le fait que, dans le cas stationnaire, un "bon" spectre non stationnaire [1] est identique à tout instant au spectre moyen, et donc que la marginalisation de celui-là se réduit à celui-ci. Il est alors naturel, même si l'idée n'est pas neuve [2, 4, 5], d'imaginer un test de stationnarité basé sur une comparaison de statistiques locales et globales dans le plan temps-fréquence, relativement à un domaine temps-fréquence choisi.

Définir la stationnarité par la comparaison de statistiques dans le plan temps-fréquence a de plus l'intérêt de pouvoir proposer une cadre unifié de la stationnarité, que celle-ci soit comprise dans un sens stochastique ou déterministe. Cette dernière est en effet liée à la répétition d'un motif déterministe au cours du temps, c'est-à-dire à une périodicité. Les propriétés des représentations temps-fréquence vont alors, du moment que la fenêtre d'analyse choisie ne sera pas de longueur trop petite par rapport à ce motif, représenter cette périodicité comme une constance de la distribution

temps-fréquence du signal déterministe. Les signatures temps-fréquence de la périodicité et de la stationnarité de signaux aléatoires se révèlent alors identiques en se traduisant par la constance du spectre local au cours du temps.

2.1 Temps-fréquence

Le premier ingrédient nécessaire au test est une représentation temps-fréquence susceptible de se prêter de façon robuste aux traitements ultérieurs. Par souci de simplicité, le choix se portera ici sur un *spectrogramme multi-fenêtres*, celui-ci présentant l'avantage d'être un bon estimateur (au sens d'une variance réduite sans lissage temporel additionnel tendant à gommer les non-stationnarités) du spectre théorique de Wigner-Ville [6, 7]. D'une façon plus précise, on calcule la quantité :

$$S_{x,K}(t, f) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K S_x^{(h_k)}(t, f), \quad (1)$$

celle-ci s'interprétant comme une moyenne des K spectrogrammes

$$S_x^{(h_k)}(t, f) = \left| \int x(s) h_k(s-t) e^{-i2\pi fs} ds \right|^2$$

calculés chacun sur le signal $x(t)$ en prenant pour fenêtres à court-terme les termes successifs $h_k(t)$ d'une base (orthonormée) de fonctions d'Hermite. En pratique, la moyenne (1) porte sur un nombre réduit de fenêtres, typiquement entre 5 et 10 (on pourra se reporter à [6, 7] pour plus de détails).

Le choix de la représentation temps-fréquence basée sur la technique multi-fenêtres est guidé par le besoin de réduire au mieux les fluctuations locales du spectre non stationnaire dues à la variabilité stochastique. Dans notre contexte d'estimation non stationnaire, les méthodes alternatives telles que celles basées sur des moyennes dans le temps seraient moins satisfaisantes dans la mesure où le lissage temporel sur lequel elles sont construites tend à lisser aussi les non-stationnarités éventuelles.

2.2 Substituts

L'idée du test est d'identifier la notion de stationnarité avec l'équivalence de propriétés spectrales globales et locales. En pratique, même si le signal étudié est stationnaire, les caractéristiques globales et locales ne seront jamais identiques et la question est de savoir si les différences observées sont significatives. Afin de disposer d'une base de comparaison quantifiable, l'approche proposée est d'associer au signal observé une référence "stationnarisée" de façon à pouvoir rejeter le cas échéant l'hypothèse de stationnarité. Pour ce faire, on utilise l'interprétation selon laquelle, pour un même spectre moyen, un signal non stationnaire se distingue d'un homologue stationnaire par une *structuration* temporelle dont la signature se retrouve dans la phase spectrale. Ainsi, étant

donné un seul signal observé $x(t)$, il est possible de lui associer une batterie de *substituts* (*surrogates* en anglais [8, 9]) $\{s_j(t); j = 1, \dots, J\}$ ayant chacun même spectre de puissance que le signal original mais un contenu temporel stationnarisé : il suffit pour celà de remplacer la phase originale du spectre par une phase aléatoire. Notons que pour garder la génération des substituts aussi simple que possible, c’est ici directement la phase de la transformée de Fourier du signal (une estimation du spectre, quoique pauvre) qui est remplacée par une phase i.i.d. uniforme dans $[0, 2\pi[$. Une illustration du principe de stationnarisation par substituts est donnée en Figure 1.

De par leur structure, les substituts obtenus sont stationnaires et sont donc des candidats naturels pour quantifier statistiquement ce que doit être le comportement d’un signal stationnaire. Notons que la méthode admet plusieurs variations. En particulier des procédures itératives permettent de ne pas seulement attribuer le même spectre global du processus aux différents substituts, mais aussi de conserver sa loi de distribution empirique [9]. Une telle amélioration n’est pas nécessaire ici car les statistiques finales étant construites sur des attributs issus de transformations temps-fréquence non linéaires et mélangeantes, elles ne sont que peu sensibles à cette distribution.

La technique des substituts a été originellement proposée comme une manière de tester expérimentalement des propriétés de non-linéarité de systèmes (via les signaux qui en sont issus) dans le domaine de la physique non linéaire [8]. De tels substituts ne semblent pas avoir été utilisés jusqu’ici dans un objectif d’estimation de la stationnarité de signaux. Seule une approche récente [10] s’est intéressée aux substituts en lien avec des propriétés de non-stationnarité, s’attachant à conserver l’évolution temporelle de la moyenne et de la variance dans la construction des substituts. Cette technique est cependant orthogonale à ce que nous proposons ici puisque notre objectif est, à l’aide des substituts, de faire justement disparaître cette évolution temporelle.

2.3 Distances

En se plaçant comme choisi dans une perspective temps-fréquence, l’idée est de comparer les spectres locaux au spectre global. On définit pour cela les quantités marginalisées en temps

$$\langle S_{y,K}(t_n, f) \rangle_n = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N S_{y,K}(t_n, f),$$

tant pour le signal ($y(t) = x(t)$) que pour les J substituts ($y(t) = s_j(t); j = 1, \dots, J$), les différents spectres temps-fréquence n’étant évalués qu’en N instants t_n distants d’une fraction (typiquement la moitié) de la largeur équivalente des fenêtres à court-terme. On en déduit les $J + 1$ “distances” entre spectres locaux et celui global

$$\{c_n^{(y)} := \kappa(S_{y,K}(t_n, \cdot), \langle S_{y,K}(t_n, \cdot) \rangle_n), n = 1, \dots, N\} \quad (2)$$

au moyen d’une mesure de dissimilarité $\kappa(\cdot, \cdot)$ qu’il convient de choisir.

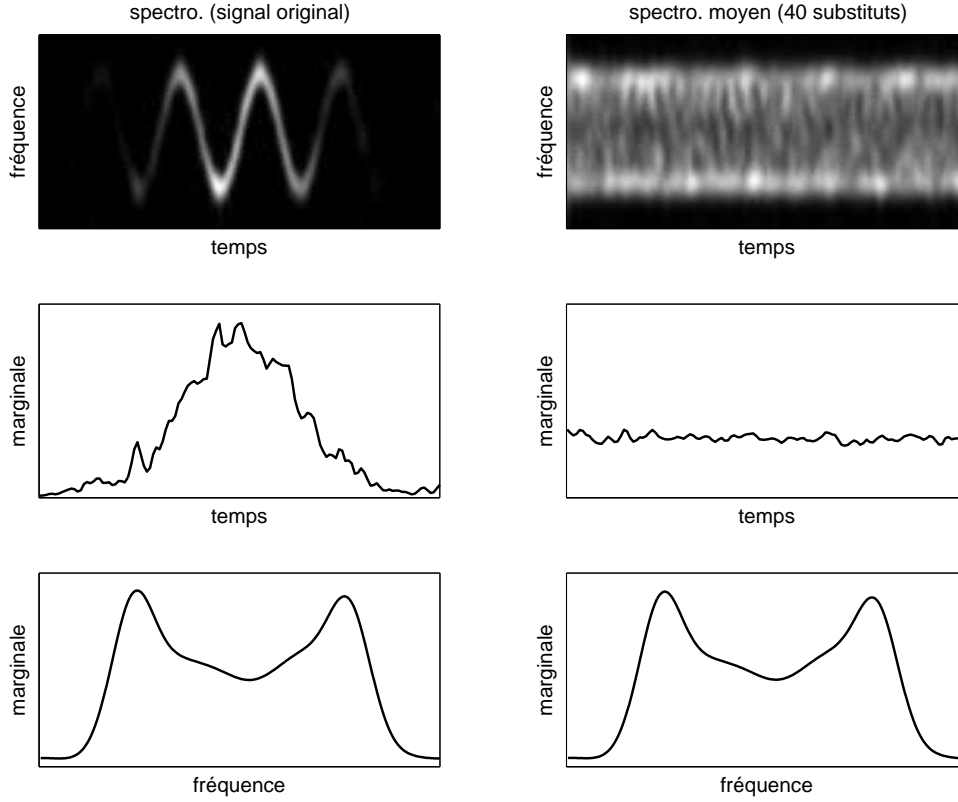


FIG. 1 – Stationnarisation par substituts — La colonne de gauche présente un spectrogramme (en haut) et ses distributions marginales en temps (au milieu) et en fréquence (en bas), dans le cas d’un signal “non stationnaire” (AM-FM + bruit). La colonne de droite présente de la même façon le spectrogramme moyen calculé sur 40 substituts du même signal et les distributions marginales associées. Ces différentes distributions mettent en évidence une “stationnarisation” au sens où, pour un même spectre marginal, le comportement temporel local a perdu la forte structuration (AM-FM) du signal original.

La question du choix d’une mesure de dissimilarité entre spectres a fait l’objet de nombreuses études [11]. Dans un premier temps, et sans prétendre à l’optimalité, il est possible d’adopter une attitude pragmatique consistant à envisager les “distances” les plus simples ayant déjà fait leurs preuves dans des contextes similaires. Ce faisant, une étude complémentaire à ce travail a montré [12] qu’un bon choix de mesure, relatif à deux spectres $G(f)$ et $H(f)$, était de la forme

$$\kappa(G, H) := \kappa_{\text{KL}}(\tilde{G}, \tilde{H}) \cdot (1 + \kappa_{\text{LSD}}(G, H)),$$

combinant la divergence de Kullback-Leibler

$$\kappa_{\text{KL}}(\tilde{G}, \tilde{H}) := \int_{\Omega} \left(\tilde{G}(f) - \tilde{H}(f) \right) \log \frac{\tilde{G}(f)}{\tilde{H}(f)} df$$

(appliquée aux spectres normalisés $\tilde{G}(f)$ et $\tilde{H}(f)$ issus de $G(f)$ et $H(f)$) et la déviation log-

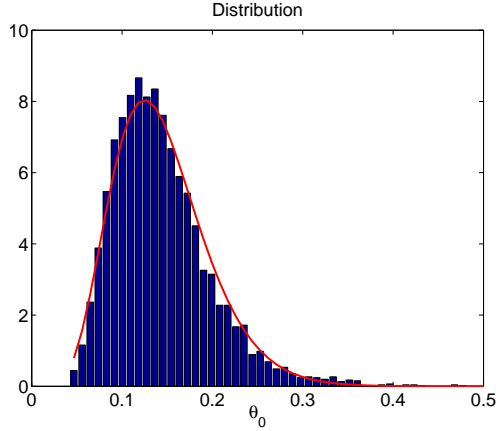


FIG. 2 – Caractérisation statistique de l’hypothèse nulle de stationnarité 1. — Le diagramme présente un histogramme asymptotique ($J = 5000$) typique des Θ_0 relatifs aux substituts stationnarisés (cf. eq. (5)) et son ajustement par une loi Gamma (courbe superposée). Conditions expérimentales : $x(t)$ = bruit blanc de $N_x = 2048$ points modulé en amplitude avec une période de $T = 256$ points, $K = 5$ fenêtres et 5000 réalisations.

spectrale

$$\kappa_{\text{LSD}}(G, H) := \int_{\Omega} \left| \log \frac{G(f)}{H(f)} \right| df.$$

C’est dans ce cadre que l’on se placera ici.

3 Test de stationnarité

3.1 Principe

La stationnarité étant supposée correspondre à une égalité entre les spectres locaux et le spectre global, on peut mesurer un écart éventuel à celle-ci via les fluctuations en temps des distances $c_n^{(\cdot)}$ évaluées précédemment selon (2). Choisisant de faire usage de la distance quadratique

$$L(g, h) := \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (g_n - h_n)^2, \quad (3)$$

on calcule ainsi les quantités

$$\Theta_1 = L \left(c^{(x)}, \langle c^{(x)} \rangle_n \right) \quad (4)$$

pour le signal testé $x(t)$ et

$$\Theta_0(j) = L \left(c^{(s_j)}, \langle c^{(s_j)} \rangle_n \right), \quad j = 1, \dots, J, \quad (5)$$

pour les J substituts $s_j(t); j = 1, \dots, J$.

Si l’on suppose connue la loi de la distribution basée sur les substituts, il est facile d’en déduire un seuil γ permettant de rejeter l’hypothèse nulle de stationnarité avec une confiance spécifiée, le

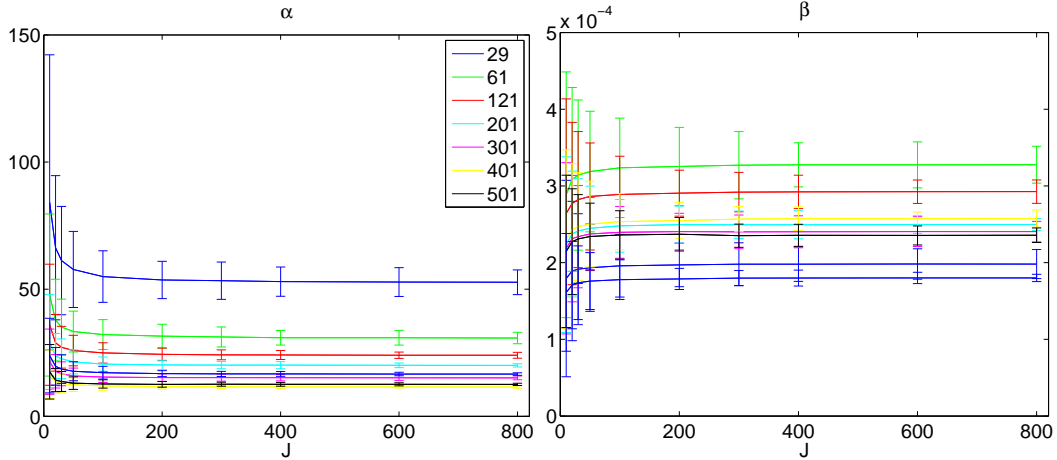


FIG. 3 – Caractérisation statistique de l’hypothèse nulle de stationnarité 2. — Les diagrammes de gauche et de droite présentent respectivement les résultats d’estimation des paramètres $\hat{\alpha}$ et $\hat{\beta}$ relatifs à la loi Gamma de la Figure 2 en fonction du nombre J de substituents et de la taille des fenêtres N_h (indiquée dans le cadre).

test se réduisant alors à une comparaison de Θ_1 à ce seuil.

$$\begin{cases} \Theta_1 > \gamma & : \text{“non-stationnarité”} ; \\ \Theta_1 \leq \gamma & : \text{“stationnarité”}. \end{cases} \quad (6)$$

Pour mettre en œuvre de façon effective un tel test, il est donc nécessaire de caractériser l’hypothèse nulle de stationnarité.

3.2 Hypothèse nulle de stationnarité

Faute de disposer d’une analyse théorique explicite, la distribution empirique basée sur les substituents (histogramme des $\Theta_0(j)$) permet de caractériser l’hypothèse nulle de stationnarité et d’en déduire de façon contrôlée un seuil auquel comparer la statistique de test Θ_1 pour une confiance donnée. Une étude expérimentale montre que cette distribution est bien décrite par une loi Gamma, ce qui peut se justifier par la nature quadratique de la mesure (3) des fluctuations (cf. Figure 2, montrant le bon accord entre l’histogramme effectif dans le régime asymptotique ($J = 5000$ substituents) et l’ajustement Gamma correspondant). L’intérêt de cette modélisation est de ne nécessiter que l’estimation de 2 paramètres (α pour la forme et β pour l’échelle), ce qui peut être fait de façon directe par maximum de vraisemblance sur les données stationnarisées.

Comme illustré en Figure 3, l’étude du comportement des estimateurs $\hat{\alpha}$ et $\hat{\beta}$ de ces paramètres en fonction du nombre de substituents J pour différentes largeurs de fenêtres N_h montre une convergence rapide vers le régime asymptotique. Plus précisément, il apparaît (cf. Figure 4) que le biais et la variance (normalisés) sont très peu dépendants de N_h et décroissent, en fonction de J , avec une pente proche de -1 en unités logarithmiques de base 10. L’erreur devient ainsi inférieure

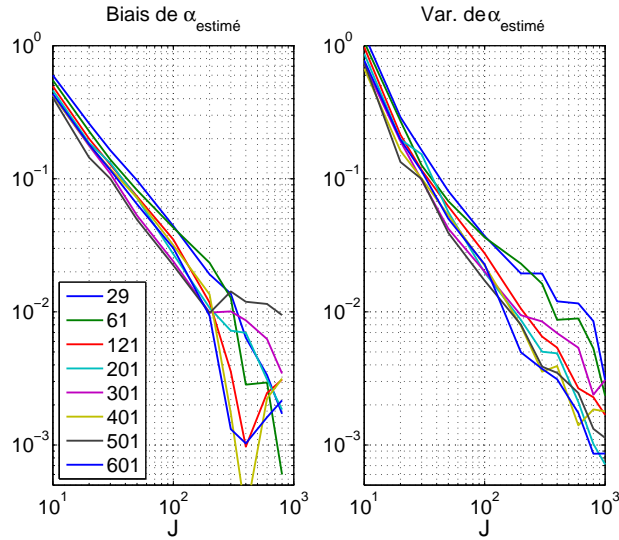


FIG. 4 – Caractérisation statistique de l’hypothèse nulle de stationnarité 3. — Le biais normalisé (à gauche) et la variance normalisée (à droite) relatifs aux estimateurs des paramètres $\hat{\alpha}$ et $\hat{\beta}$ de la loi supposée Gamma des Θ_0 sont tracés en fonction du nombre J de substituts et de la taille des fenêtres N_h (mêmes conditions expérimentales qu’en Figures 2 et 3).

à 5% pour J plus grand que 50 : on pourra retenir ce nombre comme un bon compromis entre complexité et précision.

Il convient de plus de vérifier que le test reproduit bien l’hypothèse nulle de stationnarité. Deux éléments méritent attention à cet égard : le fait qu’un signal stationnaire quelconque sera vu comme non stationnaire avec une fréquence qui est directement imposée par le seuil de confiance — ce sera vérifié ci-dessous —, et le fait que les substituts suivent bien eux-aussi l’hypothèse nulle. Ce deuxième point n’est pas difficile car, nous venons d’étudier en quels sens leur distribution est justement décrite par ce modèle paramétrique en loi Gamma.

Partant d’un signal stationnaire, il est attendu que la décision prise grâce au test sera qu’il n’est pas stationnaire pour une proportion des cas étudiés qui devrait être la fréquence imposée par le seuil de confiance que l’on se fixe. Pour cela, se donnant un processus aléatoire stationnaire (ici de type AR), il est possible d’en prendre un ensemble de réalisations différentes et de mettre en action le test en construisant autant de collections de substituts. Nous vérifions alors à l’aide de ces simulations Monte-Carlo (dont le résultat est illustré en Figure 5), que le résultat du test conduit à une fausse détection de non-stationnarité dans environ 6,5 % des cas pour un niveau de confiance fixé a priori de 5 %, dès lors qu’on emploie au moins 75 substituts. On retrouve un niveau acceptable de fausse détection, la différence avec le niveau prescrit venant de ce que la modélisation en loi Gamma pour la distribution des substituts est une approximation commode – mais non pas un résultat justifié théoriquement. Les cas où cette loi échoue à parfaitement représenter la statistique des substituts vont donc augmenter les fausses détections de non-stationnarité par le test. En

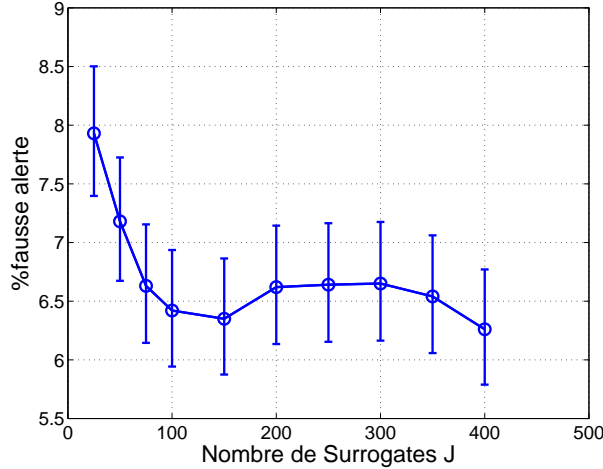


FIG. 5 – Vérification de l’hypothèse nulle de stationnarité — Un signal stationnaire de type AR(2) (pôle à la fréquence réduite 0,3 et à distance 0,8 de l’origine), avec 1024 points, est soumis au test décrit avec $K = 5$ fenêtres. On trace l’estimée Monte-Carlo (et l’intervalle de confiance à 95%, obtenu avec 10^4 réalisations indépendantes) du nombre de de fois où est prise la mauvaise décision (“non stationnaire”) en fonction du nombre J de substituts utilisés ; le niveau de confiance réel reste autour de 6,5% dès que $J \geq 75$, pour un niveau de confiance du test fixé a priori à 5 %.

quelque sorte, on peut dire que le test est pessimiste quant à l’attribution de la stationnarité, puisqu’il rejette cette hypothèse un peu plus souvent que nécessaire.

3.3 Indice et échelle de non-stationnarité

Le test (6) permet de décider de la non-stationnarité éventuelle d’un signal au vu d’une réalisation. Dans le cas non stationnaire (celui où l’hypothèse nulle est rejetée), il est alors possible de définir un *indice* de non-stationnarité (INS) selon :

$$\text{INS} := \sqrt{\frac{\Theta_1}{\frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \Theta_0(j)}}. \quad (7)$$

Par construction, le test est relatif à une échelle d’observation définie comme la durée N_x du signal analysé, mais il est aussi fonctionnellement dépendant de la taille N_h des fenêtres à court-terme permettant de contraster les spectres locaux et le spectre global. Conduisant le test pour plusieurs tailles de fenêtres, il est alors possible de définir une *échelle* typique de non-stationnarité (ENS) selon :

$$\text{ENS} := \frac{1}{N_x} \arg \max_{N_h} \{\text{INS}(N_h)\}. \quad (8)$$

4 Exemple

Afin d’illustrer le principe et la potentialité de la méthode proposée, la Figure 6 s’intéresse au cas particulier d’un signal à deux composantes, dont l’une (fréquence pure) peut être considérée comme stationnaire, la stationnarité de l’autre (FM sinusoïdale) dépendant de l’échelle d’observation,

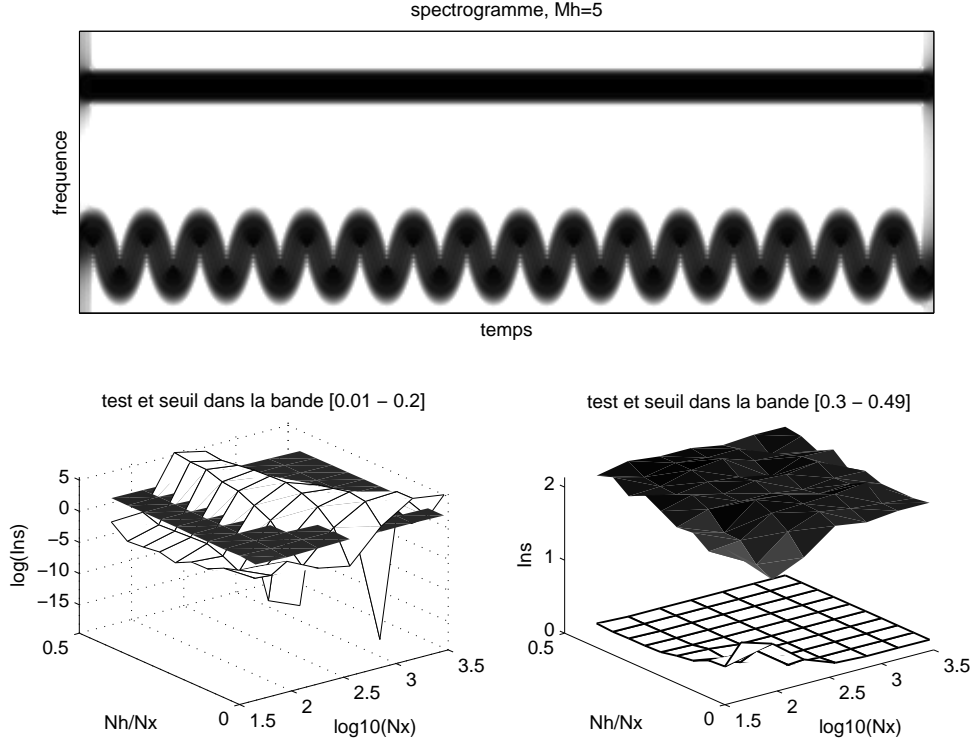


FIG. 6 – Exemple de test — Le diagramme du haut de la figure présente le spectrogramme d’un signal bi-composante, l’analyse portant sur la bande de fréquences réduites complète $[0, 0.5]$. Les diagrammes du bas présentent les indices de non-stationnarité correspondants (surfaces blanches) dans les sous-bandes $[0.01, 0.2]$ (à gauche) et $[0.3, 0.49]$ (à droite). Dans les deux cas, les résultats sont tracés en fonction de la durée d’observation N_x du signal et de l’échelle relative d’analyse N_h/N_x , N_h étant la largeur de la fenêtre du spectrogramme. Les seuils déduits des substituts (pour une confiance à 95 %) sont matérialisés par les surfaces foncées, en accord avec l’interprétation selon laquelle le signal est stationnaire dans sa bande haute de fréquences et non stationnaire dans la bande basse lorsque la durée d’observation n’est ni grande ni petite devant la période de modulation.

pour une période de modulation donnée. L’application du test et l’évaluation des indices (7)-(8) correspondants montre un bon accord avec ce que l’intuition attend d’une telle situation, la composante à hautes fréquences étant toujours détectée comme stationnaire, alors que l’hypothèse de stationnarité est rejetée pour la composante à basses fréquences dans le domaine où la durée d’observation n’est ni grande ni petite devant la période de modulation.

5 Conclusion

On s’est intéressé ici à caractériser la stationnarité (de deuxième ordre) d’un signal relativement à un intervalle d’observation, en lui donnant un sens statistique associé à la construction d’une référence stationnarisée. L’approche opère dans le plan temps-fréquence avec l’idée que, sur

un intervalle d'observation donné, un signal “non stationnaire” se distingue d'un signal “stationnaire” de même spectre moyen par une organisation temporelle structurée. Le test consiste alors à comparer classiquement des statistiques locale et globale, mais avec l'originalité qu'il s'appuie sur un ensemble de substituts stationnarisés servant à caractériser l'hypothèse nulle.

Les idées et principes de base de la méthode ont été décrits ici, mais de nombreuses variantes sont possibles pour le test proposé, que ce soit au niveau des représentations temps-fréquence utilisées (pour lesquelles l'usage de spectrogrammes réalloués multi-fenêtres [7] pourrait accroître la sensibilité du test) ou dans le choix des *distances* utilisées.

Une autre direction de recherche actuelle (cf. [13] pour de premiers résultats en ce sens) consiste à considérer le recours aux substituts comme une forme d'*apprentissage*, permettant ainsi de mettre en œuvre des outils dédiés (méthodes à noyaux, machines à vecteurs-supports, etc. [14]) pouvant s'appuyer sur des espaces d'attributs très généraux, et sans nécessité de caractériser de façon paramétrique l'hypothèse nulle de stationnarité.

6 Remerciements

Le travail de Jun Xiao a été réalisé dans le cadre d'un Programme Doctoral de collaboration entre les ENS (France) et l'ECNU (Shanghai, Chine).

Références

- [1] P. Flandrin, *Time-Frequency/Time-Scale Analysis*. San Diego : Academic Press, 1999.
- [2] H. Laurent and C. Doncarli, “Stationarity index for abrupt changes detection in the time-frequency plane,” *IEEE Signal Proc. Lett.*, Vol. 5, No. 2, pp. 43–45, 1998.
- [3] B. Mandelbrot, *Les Objets Fractals — Forme, Hasard et Dimension*, Flammarion, 1975.
- [4] W. Martin, “Measuring the degree of non-stationarity by using the Wigner-Ville spectrum,” in Proc. IEEE ICASSP-84, pp. 41B.3.1–41B.3.4, San Diego (CA), 1984.
- [5] W. Martin and P. Flandrin, “Detection of changes of signal structure by using the Wigner-Ville spectrum,” *Signal Proc.*, Vol. 8, pp. 215–233, 1985.
- [6] M. Bayram and R.G. Baraniuk, “Multiple window time-varying spectrum estimation,” in *Non-linear and Nonstationary Signal Processing* (W.J. Fitzgerald *et al.*, eds.), pp. 292–316, Cambridge Univ. Press, 2000.
- [7] J. Xiao and P. Flandrin, “Multitaper time-frequency reassignment for nonstationary spectrum estimation and chirp enhancement,” *IEEE Trans. on Signal Proc.*, Vol. 55, No. 6 (Part 2), pp. 2851–2860, 2007.

- [8] J. Theiler *et al.*, “Testing for nonlinearity in time series : the method of surrogate data,” *Physica D*, Vol. 58, No. 1–4, pp. 77–94, 1992.
- [9] T. Schreiber and A. Schmitz, “Improved surrogate data for nonlinearity tests,” *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 77, No. 4, pp. 635–638, 1996.
- [10] C.J. Keylock, “Constrained surrogate time series with preservation of the mean and variance structure,” *Phys. Rev. E*, vol. 73, pp. 030767.1-030767.4, 2006.
- [11] M. Basseville, “Distance measures for signal processing and pattern recognition,” *Signal Proc.*, vol. 18, no.4, pp. 349-369, 1989.
- [12] J. Xiao, P. Borgnat and P. Flandrin, “Testing stationarity with time-frequency surrogates,” *Proc. EUSIPCO-07*, Poznan (PL), 2007.
- [13] J. Xiao, P. Borgnat, P. Flandrin and C. Richard, “Testing stationarity with surrogates – A one-class SVM approach,” *Proc. IEEE Stat. Sig. Proc. Workshop SSP-07*, Madison (WI), 2007.
- [14] B. Schölkopf and A.J. Smola, *Learning With Kernels : Support Vector Machines, Regularization, Optimization and Beyond*. MIT Press, 2001.