



HAL
open science

Conception de ressources sur l'enseignement de l'algèbre élémentaire : un exemple de recherche collaborative entre enseignant•e•s et chercheuse

Sylvie Coppe, Sophie Roubin

► To cite this version:

Sylvie Coppe, Sophie Roubin. Conception de ressources sur l'enseignement de l'algèbre élémentaire : un exemple de recherche collaborative entre enseignant•e•s et chercheuse. Colloque international francophone sur les recherches participatives, Haute école pédagogique de Fribourg, Nov 2019, Fribourg (CH), Suisse. pp.35. ensl-04112179

HAL Id: ensl-04112179

<https://ens-lyon.hal.science/ensl-04112179>

Submitted on 31 May 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Conception de ressources sur l'enseignement de l'algèbre élémentaire : un exemple de recherche collaborative entre enseignant·e·s et chercheuse

Sylvie COPPÉ, Maitresse d'enseignement et de recherche, Équipe DiMaGe, Université de Genève, FPSE, Suisse (Sylvie.coppe@unige.ch)

Sophie ROUBIN, Professeure de mathématiques, Institut Français de l'Éducation, Lyon et Collège Ampère, Lyon, France (Sophie.roubin@ens-lyon.fr)

Résumé :

Nous présentons un exemple de recherche collaborative portant sur la construction, par des professeur·e·s de mathématiques et une chercheuse, de ressources pour les enseignant·e·s et les formateur·trice·s sur l'enseignement de l'algèbre au collège en France, et notamment sur les débuts de l'algèbre. Ces ressources devraient favoriser la mise en place dans les classes de séances dans lesquelles l'activité mathématique des élèves et leur responsabilité face aux apprentissages mathématiques sont effectivement engagées. Après un rapide historique du fonctionnement du groupe en dégagant différentes étapes dans ce travail et après avoir explicité les caractéristiques du modèle de recherche collaborative et ses critères, nous les illustrons afin de pointer comment les savoirs ont circulé.

Mots clés : recherche collaborative ; enseignement de l'algèbre ; ressources-formation

Introduction

Le groupe SESAMES Algèbre¹ a été créé en 2002 au sein du laboratoire ICAR² (CNRS, Université de Lyon, ENS Lyon) et il est soutenu par l'IFÉ³. Depuis 2011, nous participons au dispositif des LéA⁴ qui regroupe des enseignant·e·s d'un établissement (ou d'un réseau d'établissements) et des chercheur·e·s autour de projets élaborés de façon collective (Monod-Ansaldi et al., à paraître). Nous avons débuté notre participation au dispositif des LéA par la recherche « Ressources pour les enseignants et formateurs de mathématiques sur l'enseignement de l'algèbre au collège » en association avec le collège Ampère de Lyon (en raison de la présence de deux enseignantes dans cet établissement). Ensuite, de 2014 à 2017, nous avons collaboré avec des enseignants du Lycée Ampère pour un projet sur l'évaluation formative grâce à notre participation commune au projet européen de recherche ASSIST-ME (Assess Inquiry in Science, Technology and Mathematics Education, <http://assistme.ku.dk/>) portant sur l'influence des dispositifs d'évaluation (formative et sommative) sur les apprentissages des élèves. Ce travail nous a permis de faire un état des lieux des pratiques d'évaluation dans les deux établissements et de mutualiser des ressources sur l'évaluation par compétences et sur l'évaluation entre pairs. Et enfin, depuis septembre 2017, une autre évolution a eu lieu puisque le LéA est devenu LéA réseau d'écoles et collèges Ampère, en

¹ 1 Voici la liste des enseignant.e.s qui participent/ont participé au groupe et que nous remercions : Christophe Alves, Olivier Arrouch, Véronique Berger, Serge Betton, Maud Chanudet, Anne Sophie Cherpin, Martine Dahmani, Vincent Duval, Stéphane Garapon, Alexandra Goislard, Sylvie Martin-Dametto, Claire Piolti-Lamorte, Sophie Roubin et Étienne Spaak.

² Interactions, Corpus, Apprentissages, Représentations (Unité mixte de recherche 5191)

³ Institut Français de l'Éducation

⁴ Lieux d'Éducation Associés

s'appuyant sur le Projet PREMaTT (Penser les Ressources de l'Enseignement des Mathématiques dans un Temps de Transitions). Nous l'avons ouvert aux professeur·e·s des écoles du secteur du collège Ampère (Lyon 2^e), aux enseignant·e·s des réseaux d'éducation prioritaire renforcés (REP+⁵) des collèges J. Duclos et P. Valdo (Vaulx-en-Velin) afin de travailler sur l'enseignement de l'algèbre à la transition entre l'école primaire et le collège.

L'objectif du travail poursuivi tout au long de ces années est la construction collaborative, par des professeur·e·s de mathématiques et une chercheuse, de ressources pour les enseignant·e·s et les formateur·trice·s sur l'enseignement de l'algèbre au collège en France, et notamment sur les débuts de l'algèbre. Ces ressources devraient favoriser la mise en place dans les classes de séances dans lesquelles l'activité mathématique des élèves et leur responsabilité face aux apprentissages mathématiques sont effectivement engagées.

Les documents produits sont diffusés sur le site PEGAME (<http://pegame.ens-lyon.fr/>) avec deux entrées : l'entrée « Enseigner » constituée de propositions d'activités pour les classes, classées par niveau et l'entrée « Se former » dans laquelle nous proposons des documents pour permettre aux enseignant·e·s de mieux comprendre nos choix afin de favoriser une utilisation en classe plus conforme à ce que nous proposons.

À travers l'exemple du fonctionnement de ce groupe, nous souhaitons montrer comment la construction collaborative de séances/séquences de classe a des effets sur les pratiques d'enseignant·e·s de mathématiques, mais également sur les questionnements de la chercheuse impliquée. Nous nous situons dans l'axe 2 sur la circulation des savoirs dans le cas d'une recherche collaborative. À noter que nous prenons le savoir dans une acception très large (savoir, savoir-faire, capacité).

Dans un premier temps, nous présenterons un rapide historique du fonctionnement du groupe en dégageant différentes étapes dans ce travail. Après avoir explicité les caractéristiques du modèle de recherche collaborative et ses critères, nous les illustrerons en revenant sur les différentes étapes du travail afin de pointer comment les savoirs ont circulé. En conclusion, nous pointerons quelques effets sur les pratiques et sur les questionnements de la chercheuse impliquée.

Historique du fonctionnement du groupe

Nous ne développerons pas l'historique du groupe, nous donnerons seulement quelques étapes (pour davantage de détails, voir Cherpin et al., à paraître).

Ce groupe a été créé en 2002 par un enseignant/formateur et une chercheuse également formatrice. L'idée de la constitution de ce groupe avait plusieurs origines. Tout d'abord concernant le choix du thème de l'enseignement de l'algèbre : c'est un domaine important pour les apprentissages, car l'algèbre constitue un outil performant pour résoudre de nombreux problèmes, son apprentissage/enseignement commence dans les premières années du collège et se poursuit au lycée. De par nos positions institutionnelles de formateur·trice, nous savions que les enseignant·e·s notaient de nombreuses difficultés des élèves concernant l'algèbre, comme le fait que les élèves ne mobilisaient pas les outils algébriques si on ne leur indiquait pas, qu'ils·elles faisaient de nombreuses et récurrentes erreurs de calcul algébrique.

Ensuite, quatre enseignant·e·s de collège volontaires nous ont rejoints. Depuis lors, suivant les années, le groupe est composé de cinq à six personnes. Ces trois dernières années, des enseignant·e·s du primaire nous ont rejoints pour travailler sur des activités qui peuvent relever de l'Early Algebra (Radford, 2014).

⁵ Réseau d'éducation prioritaire. Il s'agit d'établissements scolaires qui accueillent un grand nombre d'élèves de niveau social défavorisé.

Nous avons également travaillé dans le cadre de deux projets européens de recherche : S-TEAM⁶ (Science-Teacher Education Advanced Methods, 2007-2013) sur les démarches d'investigation et ASSIST-ME⁷ (Assess Inquiry in Science, Technology and Mathematics Education, 2014-2017) sur l'influence des dispositifs d'évaluation (formative et sommative) sur les pratiques enseignantes et sur les apprentissages des élèves lors de la résolution de problèmes.

Nous sommes partis du constat que l'enseignement de l'algèbre au collège (élèves de 11-15 ans) restait trop centré sur des techniques de calcul plutôt que sur les problèmes qui donnent du sens notamment à la mobilisation de lettres comme variables ou inconnues, qu'un temps important (voire trop) était consacré à des exercices portant sur les techniques de calcul sur des expressions littérales, que les justifications des calculs restaient trop peu explicites sur la propriété utilisée. En bref, que l'enseignement de l'algèbre restait très formel, largement basé sur des exercices portant sur les techniques de calcul et ne donnant pas à voir aux élèves l'aspect outil de l'algèbre pour résoudre des problèmes (Douady, 1986).

Or, c'est un domaine dans lequel il y a (et il y avait déjà à l'époque) de nombreuses recherches en didactique des mathématiques dont on peut penser qu'elles pourraient permettre une évolution des pratiques d'enseignement afin de favoriser les apprentissages des élèves, mais ces nouvelles connaissances issues de la recherche ont du mal à être intégrées aux pratiques. Nous ne pouvons pas citer tous ces travaux sur l'algèbre. Pour les plus actuels, signalons ceux rassemblés dans le numéro spécial de Recherche en didactique des mathématiques (Coulange, Dorier & Drouhard, 2012) et les synthèses faites par Chaachoua (2015) ou Coppé et Grugeon-Allys (2015).

Donc les raisons qui ont présidé à la création de ce groupe portent à la fois sur les apprentissages des élèves et sur les pratiques enseignantes. Nous cherchions à la fois à élaborer des ressources pour les enseignant·e·s et formateur·trice·s et à comprendre à quelles conditions ces ressources pouvaient se diffuser (ou pourquoi elles ne se diffusaient pas). Ces deux préoccupations ont toujours été présentes dans notre travail.

C'est un travail de co-construction où chacun·e apporte des éléments d'expertise sur différents éléments : le savoir à enseigner/enseigné (ici l'algèbre), les éléments de la pratique concernant ce qu'il est possible de faire dans une classe en termes de progression, de temps consacré à ce thème et de formes de travail, et enfin sur la diffusion par la prise en compte des pratiques des autres professeur·e·s. Ainsi, nous partageons la position de Bednarz (2013) qui souligne la nécessité de prendre en compte les contextes d'enseignement pour que les activités produites puissent être intégrées dans les pratiques « ordinaires ».

Il ne s'agit donc pas seulement, pour nous, de développer des situations d'enseignement riches et pertinentes sur le plan des apprentissages, contribuant à une construction conceptuelle significative pour les élèves, ce qu'une analyse didactique peut bien sûr permettre d'éclairer, mais de produire des situations qui soient, en plus, viables pour les enseignants dans leur contexte. (Bednarz, 2013, p. 25)

Nous pouvons ainsi dégager quatre grandes étapes dans notre travail pour lesquelles nous précisons, d'une part, le contenu du questionnement et le travail réalisé :

- Étape 1 : constitution du groupe et partage des objectifs, élaboration et mise en place de la diffusion d'activités innovantes favorisant l'activité des élèves ; création du site ;
- Étape 2 : questionnement sur la diffusion qui a amené à l'élaboration de séquences de classes intégrées dans une progression (Coppé, 2020) ; introduction des programmes de calcul ; mise en place d'une gestion de classe originale favorisant un travail sur le long terme ; modification du site en prenant en compte les progressions ;

⁶ <https://cordis.europa.eu/project/rcn/91198/reporting/en>

⁷ <http://assistme.ku.dk>

- Étape 3 : ouverture vers des thèmes plus généraux (démarche d'investigation et évaluation formative) par la participation à des projets de recherche européens et l'élaboration d'autres séquences notamment en intégrant l'évaluation formative (Coppé & Roubin, 2019) ;
- Étape 4 : ouverture vers l'école primaire et élaboration de nouvelles activités en réutilisant certaines modalités de travail construites par le groupe.

Modèle de la recherche collaborative

Nous nous situons dans le modèle de recherche collaborative entre chercheur·e·s et enseignant·e·s de Desgagné (1997). Celui-ci part du constat de l'éloignement, souvent évoqué et regretté, entre des pratiques d'enseignement et des recherches universitaires sur les apprentissages, relevant de différents champs comme, pour ce qui nous intéresse, la didactique des mathématiques.

L'idée d'une collaboration entre chercheurs et praticiens, pour la construction des connaissances liées à la pratique enseignante, provient d'un constat d'éloignement entre le monde de la pratique professionnelle et celui de la recherche qui vise à l'éclairer. (Desgagné, 1997, p. 371)

Bednarz et al (2001) considèrent qu'une caractéristique des recherches collaboratives est leur caractère fortement participatif en distinguant faire de la recherche « sur les enseignants » de faire de la recherche « avec les enseignants ».

De l'intérieur même des courants de recherche qui ont en commun de faire de la recherche "avec plutôt que "sur" les enseignants, et qui reconnaissent leur "compétence d'acteur en contexte", il faut rappeler que la recherche collaborative s'inscrit dans un ensemble de pratiques de recherche à caractère participatif pour les enseignants et qui donnent lieu à différentes appellations : recherche-action, recherche collaborative, recherche-action collaborative, recherche participative, recherche en partenariat, etc. (Bednarz et al., 2001, p. 35)

Desgagné (1997) dégage trois critères qui caractérisent les recherches collaboratives que nous allons utiliser pour analyser le fonctionnement du groupe.

La recherche collaborative suppose la co-construction d'un objet de connaissance entre un chercheur et des praticiens. [...]

La recherche collaborative allie à la fois activités de production de connaissances et de développement professionnel. [...]

La recherche collaborative vise une médiation entre communauté de recherche et communauté de pratique. (Desgagné, 1997, pp. 383-384)

Enfin, il pointe l'aspect collaboratif entre les partenaires enseignant·e·s et chercheur·e·s tout en précisant que chacun·e garde certains questionnements spécifiques.

En fait, partant du pivot central que constitue la démarche de réflexion conjointe ou de co-construction réalisée dans l'interaction entre le chercheur et les praticiens, le projet va s'articuler, d'une part, comme un projet de perfectionnement pour des praticiens qui souhaitent questionner ou explorer un aspect de leur pratique professionnelle, d'autre part, comme un projet d'investigation pour un chercheur qui souhaite, de l'intérieur de la démarche de réflexion qu'il va encadrer, investiguer un objet de recherche qui le préoccupe. (Desgagné, 1997, p. 377)

Analyse des étapes de fonctionnement du groupe

Après ces considérations sur les recherches collaboratives, nous reprenons maintenant les trois critères définis par Desgagné (1997) en montrant comment ils se sont instanciés dans le fonctionnement du groupe.

Co-construction d'un objet de connaissance entre un chercheur et des praticiens

La première étape est la co-construction d'un objet de connaissance commun. Ainsi, comme nous l'avons dit plus haut, au départ de notre travail (étape 1), nous avons partagé certains constats sur l'enseignement de l'algèbre et sur certaines difficultés des élèves. Grâce à des résultats de recherche, nous avons pu trouver certaines réponses. Ainsi, nous avons utilisé les travaux portant sur certaines difficultés récurrentes des élèves comme celles sur l'utilisation du symbolisme, sur le signe égal (Booth, 1985) ou sur les erreurs et leur traitement (Tirosh et al., 1998). D'autres recherches explicitent les ruptures et discontinuités entre arithmétique et algèbre (Kieran, 1990 ; Vergnaud, 1988, 1989), elles nous ont permis de comprendre pourquoi certains élèves ont des difficultés à entrer dans le travail algébrique.

Les travaux de Bednarz et Janvier (1996) indiquent quatre perspectives d'introduction de l'algèbre pour donner du sens aux nouveaux objets : l'approche par la généralisation / récurrence, l'approche par la résolution de problèmes / mise en équation, l'approche par la modélisation et l'approche technologique / fonctionnelle. Ils nous ont ainsi donné des types de problèmes qui permettent de donner du sens à l'introduction de l'algèbre ou bien de travailler l'aspect outil de l'algèbre. Il est à noter qu'à l'époque de la création du groupe les programmes scolaires français ne proposaient que l'entrée dans l'algèbre par les équations, ce qui a évolué par la suite.

Bednarz (2013) va plus loin en parlant de « double viabilité » qu'elle caractérise par deux critères : établir un consensus entre les partenaires et développer la « résonance de part et d'autre » qui permet aux partenaires de poursuivre la construction.

Pour nous, le consensus entre les partenaires a été assez vite trouvé (lors de la première année de travail) et il a été matérialisé par la rédaction collective de sept principes qui ont toujours guidé notre travail, qui ont été régulièrement rediscutés, mais toujours conservés. De plus, lorsque de nouveaux et de nouvelles enseignant·e·s intégraient le groupe, ces principes leur étaient donnés afin de vérifier que le consensus était à nouveau réalisé.

La figure 1 les énumère, ils sont plus largement explicités dans la partie « Se former » du site PEGAME. Les principes 1 et 2 rappellent notre volonté de proposer des problèmes consistants, peu guidés. Ils sont en lien avec le principe 3 sur les changements de registres pour permettre une diversification des problèmes et les activités de conversion (Duval, 1995). Les principes 5 et 6 mettent en avant des catégories de problèmes ou d'entrée dans l'algèbre qui, à l'époque, étaient peu présents dans les classes, car les programmes d'enseignement ne les mentionnaient pas. Enfin, les principes 4 et 7 portent sur la validation et vérification des calculs en utilisant les propriétés et notamment la distributivité de la multiplication sur l'addition.

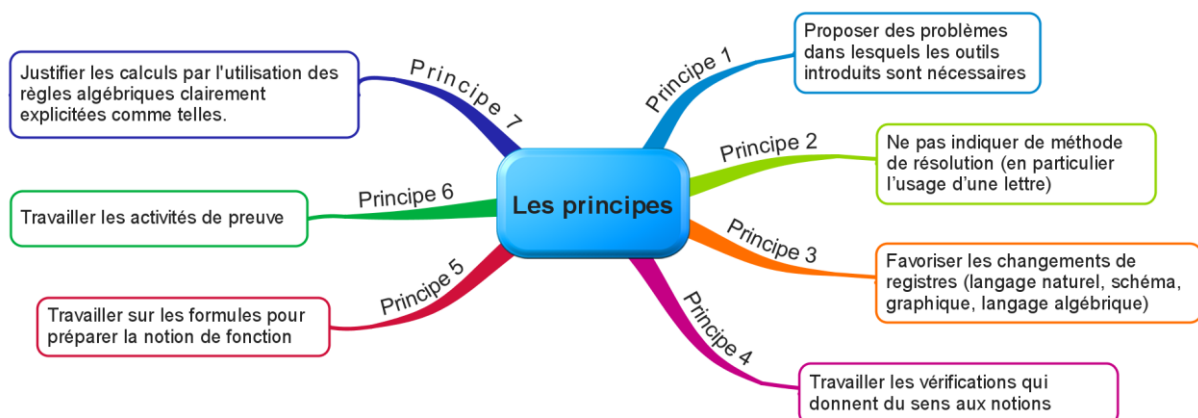


Figure n°1 : Les 7 principes tels qu'ils sont sur le site PEGAME

Avec ce travail de réflexion commune sur l'écriture des principes, il nous est apparu que pour une meilleure diffusion, nous devons proposer aux enseignant·e·s utilisateur·trice·s du site des accompagnements comprenant :

- le·s but·s de l'activité proposée ;
- une mise en œuvre recommandée ;
- un exemple d'institutionnalisation possible ;
- des productions d'élèves pour illustrer les différentes procédures de résolution mises en œuvre.

La notion de « résonance de part et d'autre » a été mise à l'épreuve à plusieurs moments. En voici un premier exemple qui explique le passage de la première à la deuxième étape. À la fin de la troisième année, nous avons élaboré un certain nombre d'activités qui avaient été testées dans les classes, analysées à partir des retours d'expérience et des traces de l'activité des élèves, modifiées et déposées sur le site. Nous avons également commencé à diffuser notre travail en formation continue. Cependant, nous remarquons qu'à cette occasion, les enseignant·e·s formé·e·s déclaraient avoir des difficultés à intégrer dans leurs progressions ces nouvelles activités, alors qu'elles étaient considérées par tous et toutes comme conformes aux programmes d'enseignement en vigueur et pertinentes pour travailler sur le sens de l'algèbre. Ils ou elles questionnaient donc leur place par rapport à d'autres activités ou à des savoirs à enseigner.

Cela nous a permis de comprendre la nécessité d'inscrire ces activités dans une progression, ce qui supposait donc une réorientation de notre travail de conception : le passage d'activités isolées à des séquences de classe, intégrant des cycles de dévolution/institutionnalisation. Cela nous a amené·e·s à nous pencher sur ce qui pouvait être institutionnalisé à la suite à ces activités et plus particulièrement à étudier la place et le rôle de la propriété de distributivité de la multiplication sur l'addition (Assude, Coppé & Pressiat, 2012). Nous avons donc repris un cycle de co-construction afin d'établir un nouveau consensus. Pour cela, nous avons profité de nouveaux résultats de recherche portant sur l'utilisation des programmes de calcul (Ruiz Monzon, 2010). Chevallard (2007) les définit ainsi :

La notion de programme de calcul se construit aujourd'hui à l'école primaire et dans les premières années du collège : elle formalise l'idée de faire un calcul c'est-à-dire le fait d'opérer sur les nombres d'une manière déterminée, selon un certain programme. (Chevallard, 2007)

Un programme de calcul se présente sous forme d'un texte qui décrit un calcul à faire sur des nombres. Voici deux exemples de problèmes à partir d'un programme de calcul, l'un aboutit à une résolution d'équation et l'autre à l'établissement d'une preuve.

Je pense à un nombre, j'ajoute 4, puis je multiplie le résultat par 7. J'ajoute le nombre de départ et je trouve 25. Quel était le nombre de départ ?

Je pense à un nombre, je le multiplie par 5 puis j'ajoute 3. Je multiplie le résultat par 2 et j'enlève 10 fois le nombre de départ. Fais quelques essais. Que constates-tu ? Est-ce toujours vrai ? Prouve-le.

Les programmes de calcul constituent un outil facile à utiliser dans les classes, car on peut les construire facilement en fonction des objectifs d'enseignement, ils permettent de travailler dans différents registres de représentation, sur les aspects structural et procédural (Sfard, 1991) et sur les aspects sens et technique. Nous avons alors développé un travail important pour créer des activités utilisant les programmes de calcul qui sont décrites en figure 2 (Alves et al., 2013).



Figure n°2 : Potentialité des programmes de calcul pour des activités mathématiques

À travers cet exemple, nous avons voulu montrer un cycle de circulation de savoirs à l'intérieur du groupe aux étapes 1 et 2 : à partir du partage de savoirs provenant de la recherche, nous avons pu élaborer des principes communs et partagés, qui nous ont permis d'élaborer des activités de classe en lien avec nos objectifs de travail. Puis, à partir de questionnements venant du terrain nous avons dû modifier les activités produites en prenant en compte des contraintes d'enseignement. Cela nous a amené vers une nouvelle question de recherche (sur la place et le rôle de la distributivité) et vers la production de nouvelles activités (insérées dans des progressions) grâce à l'intégration de travaux de recherche plus récents (utilisation des programmes de calcul).

Un autre cycle a eu lieu à l'étape 3 lorsque nous avons travaillé sur l'évaluation formative dans le cadre du projet européen de recherche ASSIST-ME. Grâce à cette participation, nous avons intégré des savoirs sur les différents types d'évaluation et notamment sur l'évaluation formative et sur les régulations (Allal, 1999, 2007 ; Allal & Mottier Lopez, 2005 ; Black et al., 2004 ; Black & Wiliam, 2009 ; Shavelson et al., 2008) puis nous avons construit de nouvelles activités en algèbre spécifiquement orientées vers l'évaluation entre pairs ou l'autoévaluation (Coppé & Moulin, 2017 ; Coppé & Roubin, 2019).

Des activités de production de connaissances et de développement professionnel

Nous avons déjà évoqué les activités de production de connaissances dans la partie précédente. Nous donnons maintenant un exemple de l'une d'entre elles qui se combine avec un développement professionnel des enseignant.e.s du groupe (trois enseignantes ont initié ce travail). À la suite de l'évolution vers l'utilisation des programmes de calcul (étape 2), les enseignantes ont adapté les modalités de travail qu'elles utilisaient pour faire du calcul mental (à cette époque, en France, il y avait de fortes injonctions institutionnelles à développer le calcul mental à l'école primaire et au début du collège). Ainsi, au début de chaque séance, est proposé aux élèves, dès leur entrée dans la classe, un travail de recherche de 10 à 20 minutes à partir d'un programme de calcul pour travailler sur un objectif d'apprentissage précis sur l'algèbre. Cette modalité privilégie les apprentissages sur la durée, elle s'appuie sur des cycles de dévolution

/ institutionnalisation locale / réinvestissement. Elles l'ont désignée sous le terme de MET « mise en TRAIN » : Travail de Recherche ou d'Approfondissement avec prise d'Initiatives (Martin Dametto, Piolti Lamorthe & Roubin, 2013).

Pour cela il s'agit de restructurer les séances de cours en créant des temps qui imposent un rythme de travail, qui privilégient la mise en activité des élèves, qui permettent d'optimiser les moments délicats d'une séance et de réduire les temps consacrés à « professer ». (Martin Dametto et al, 2013, p. 13)

Nous notons ici une autre forme de circulation des savoirs qui cette fois-ci part des pratiques : une modalité de gestion de classe qui a été adaptée suite à l'introduction d'un nouvel outil (les programmes de calcul) et qui permet de favoriser un travail sur la durée, qui rompt avec celui fait généralement dans le cadre de chapitres qui découpent le savoir en petits éléments, pour aller vers un travail centré sur des types de tâches donnant du sens aux outils algébriques.

Une médiation entre communauté de recherche et communauté de pratique

Au départ du travail, nous pouvons noter une séparation assez nette entre les activités réalisées par la chercheuse dans la communauté de recherche et celles pratiquées par les enseignant.e.s du groupe. Au fur et à mesure du travail de collaboration, des passerelles ont été établies même si chacun.e restait dans sa position institutionnelle. Voici trois exemples :

- Lors de formations continues co-animées, nous avons alterné des moments d'analyse basée sur des résultats de recherche sur les erreurs, par exemple, et des moments de présentation ou d'élaboration d'activités pour la classe ainsi que de retours réflexifs ;
- Lors de la participation aux deux projets européens de recherche, nous avons co-construit des activités qui ont été testées dans les classes et qui ont donné lieu à des publications et à des présentations collectives dans des colloques ;
- La mise en place des MET a été l'occasion, pour les enseignantes à l'origine de ce travail, de le conceptualiser, puis de le diffuser à plus grande échelle que celle de leurs établissements, et enfin de le transférer à d'autres thèmes mathématiques. Actuellement son adaptation est travaillée pour l'école primaire.

Conclusion

En conclusion, nous souhaitons pointer quelques effets de ce travail sur les différents membres du groupe. Le travail de recherche collaborative présenté ici, réalisé sur le long terme, a permis non seulement la production de ressources pour les enseignant.e.s et les formateur·trice·s sur l'enseignement de l'algèbre au collège en France, ce qui était son objectif premier et principal, mais également de favoriser des évolutions diverses pour les enseignant.e.s et pour la chercheuse. Pour les enseignant.e.s, on peut noter des changements importants de l'identité professionnelle. Ainsi, la plupart d'entre eux et elles ont acquis des qualifications leur permettant d'intervenir dans la formation des enseignant.e.s ; certain.e.s sont devenu.e.s formateur·trice·s, en formation initiale ou continue ou référent.e mathématique de circonscription. Notamment, de nombreux stages de formation continue sur l'algèbre ou plus récemment sur l'évaluation ont été animés, au départ avec l'aide de la chercheuse puis de façon autonome. Ils ou elles ont également transféré ou adapté certains des travaux faits pour l'algèbre dans d'autres domaines. Enfin, les enseignant.e.s ont tissé des liens avec d'autres collectifs, institutionnels comme le Groupe de Ressources Disciplinaires, l'Institut de recherche sur l'enseignement des mathématiques (IREM) et l'IFÉ. D'ailleurs, il est à noter que, certaines années, la productivité du groupe pour la production de ressources a été affectée par ces sollicitations externes variées.

Les apports pour la chercheuse sont également importants : le travail fait sur l'enseignement de l'algèbre a pu être introduit en formation initiale et continue. Il a permis de développer des

outils de formation grâce aux activités, mais aussi aux vidéos de classe ou aux productions d'élèves.

Concernant les pratiques, ce travail a été l'occasion de mieux comprendre comment et à quelles conditions il pouvait y avoir des évolutions durables grâce à un travail collaboratif, ce qui nous semble être une condition nécessaire pour la formation. Cependant, il apparaît que dans une perspective de formation des enseignant·e·s, c'est un travail couteux en termes financiers et temporels.

Références bibliographiques

- Allal, L. (1999). Impliquer l'apprenant dans le processus d'évaluation : Promesses et pièges de l'autoévaluation. In C. Depover & B. Noël (Éds.), *L'évaluation des compétences et des processus cognitifs, modèles, pratiques et contextes* (pp. 35-56). De Boeck.
- Allal, L. (2007). Régulations des apprentissages : Orientations conceptuelles pour la recherche et la pratique en éducation. In L. Allal & L. Mottier Lopez (Éds.), *Régulation des apprentissages en situation scolaire et en formation* (pp. 7-23). De Boeck.
- Allal, L., & Mottier Lopez, L. (2005). L'évaluation formative de l'apprentissage : Revue de publications en langue française. In *L'évaluation formative : Pour un meilleur apprentissage dans les classes secondaires* (pp. 265-290). Éditions de l'OCDE.
- Alves, C., Coppé, S., Duval, V., Goislard, A., Kuhman, H., Martin Dametto, S., Piolti Lamorthe, C., & Roubin, S. (2013). Utilisation des programmes de calcul pour introduire l'algèbre au collège. *Repères IREM*, 92, 9-30.
- Assude, T., Coppé, S., & Pressiat, A. (2012). Tendances de l'enseignement de l'algèbre élémentaire au Collège : Atomisation et réduction. In L. Coulange, J. L. Dorier, J. P. Drouhard, & A. Robert, *Enseignement de l'algèbre élémentaire. Bilan et perspectives*. (pp. 41-62). La pensée sauvage.
- Bednarz, N. (2013). Regarder ensemble autrement : Ancrage et développement des recherches collaboratives en éducation au Québec. In N. Bednarz (Éd.), *Recherche collaborative et pratique enseignante. Regarder ensemble autrement*. (pp. 13-30). L'Harmattan.
- Bednarz, N., & Janvier, B. (1996). Emergence and development of algebra as a problem-solving tool : Continuities and discontinuities with arithmetic. In N. Bednarz, *Approaches to algebra, perspectives for research and teaching*. (pp. 115-136). Kluwer Academic Publishers.
- Black, P., Harrison, C., & Lee, C. (2004). *Working inside the black box : Assessment for learning in the classroom*. Granada Learning.
- Black, P., & Wiliam, D. (2009). Developing the theory of formative assessment. *Educational Assessment, Evaluation and Accountability*, 21(5), 5-31.
- Booth, L. (1985). Erreurs et incompréhensions en algèbre élémentaire. *Petit x*, 5, 5-17.
- Chaachoua, H. (2015). Étude comparative des recherches sur l'apprentissage de l'algèbre élémentaire : Rapports croisés, bilan et perspectives. In D. Butlen, I. Bloch, M. Bosch, C. Chambris, S. Clivaz, G. Cirade, S. Gobert, C. Hache, M. Hersant, & C. Mangiante Orsola, *Rôles et places de la didactique et des didacticiens des mathématiques dans la société et le système éducatif* (pp. 21-39). La pensée sauvage.
- Cherpin, A. S., Coppé, S., Goislard, A., Piolti Lamorthe, C., & Roubin, S. (à paraître). Production de ressources pour l'enseignement de l'algèbre au collège. Le LéA réseau

- d'écoles et collèges Ampère. In R. Monod-Ansaldi, B. Gruson & C. Loisy (Eds), *Le réseau des lieux d'éducation associés à l'Institut français de l'éducation : Un instrument pour la recherche en éducation*. Presses universitaires de Rennes.
- Chevallard, Y. (2007). *Séminaire PLC2, année universitaire 2006-2007*. Consulté le 28/01/2008, à l'adresse http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Seminaire_2006-2007.pdf
- Coppé, S. (2020). Conception collaborative de ressources pour l'enseignement de l'algèbre élémentaire : Une entrée par les programmes de calculs. In H. Squalli, I. Oliveira, A. Bronner, & M. Languier (Éds.), *Le développement de la pensée algébrique à l'école primaire et au début du secondaire. Recherche et perspectives curriculaires* (pp. 22-43). Livres en ligne du CRIRES.
- Coppé, S., & Grugeon- Allys, B. (2015). Étude multidimensionnelle de l'impact des travaux de recherche en didactique dans l'enseignement de l'algèbre élémentaire : Quelles évolutions ? Quelles contraintes ? Quelles perspectives ? In D. Butlen, I. Bloch, M. Bosch, C. Chambris, G. Cirade, S. Clivaz, S. Gobert, C. Hache, M. Hersant, & C. Mangiante Orsola, *Rôles et places de la didactique et des didacticiens des mathématiques dans la société et le système éducatif* (pp. 41-74). La Pensée Sauvage.
- Coppé, S., & Moulin, M. (2017). Évaluation entre pairs et débat argumenté dans le cadre d'un problème complexe en mathématiques. *Canadian journal of sciences, mathematics and technology education*, 17, 308-327.
- Coppé, S., & Roubin, S. (2019). Intégrer des évaluations entre pairs dans les séances de mathématiques : Un exemple en algèbre au collège. In M. Abboud, *Mathématiques en scène des ponts entre les disciplines. Actes du colloque Espace Mathématique Francophone*. (pp. 953-962). Éditions de l'IREM de Paris <https://emf2018.sciencesconf.org/>
- Coulange, L., Dorier, J. L., Drouhard, J. P., & Robert, A. (Éds.). (2012). *Enseignement de l'algèbre élémentaire. Bilan et perspectives*. La Pensée Sauvage.
- Desgagné, S. (1997). Le concept de recherche collaborative : L'idée d'un rapprochement entre chercheurs universitaires et praticiens enseignants. *Revue des sciences de l'éducation*, 23(2), 371-393.
- Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en didactique des mathématiques*, 7(2), 5-31.
- Duval, R. (1995). *Semiosis et pensée humaine : Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Peter Lang.
- Kieran, C. (1990). Cognitive processes involved in learning school algebra. In P. Neshet & J. Kilpatrick, *Mathematics and cognition. A research synthesis by the international group for the psychology of mathematics education* (pp. 96-112). Cambridge University Press.
- Martin Dametto, S., Piolti Lamorthe, C., & Roubin, S. (2013). TRAIN : Travail de Recherche ou d'Approfondissement avec prise d'Initiative. *Bulletin de l'APMEP*, 502, 11-22.
- Monod-Ansaldi, R., Gruson, B., & Loisy, C. (Éds.). (à paraître). *Le réseau des lieux d'éducation associés à l'Institut français de l'éducation : Un instrument pour la recherche en éducation*. Presses universitaires de Rennes.
- Radford, L. (2014). The Progressive Development of Early Embodied Algebraic Thinking. *Mathematics Education Research Group of Australasia*, 26, 257-277.

- Ruiz Monzon, N. (2010). *La introducción del álgebra elemental y su desarrollo hacia la modelización funcional*. [Thèse de doctorat, Université Autonome de Barcelone]
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematics conceptions : Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 1-36.
- Shavelson, R. J., Young, D. B., Ayala, C. C., Brandon, P. R., Furtak, E. M., Ruiz-Primo, M. A., Tomita, M. K., & Yin, Y. (2008). On the role and impact of formative assessment on science inquiry teaching and learning. *Applied Measurement in Education*, 21(4), 295-314.
- Tirosh, D., Even, R., & Robinson, N. (1998). Simplifying algebraic expressions : Teacherawareness and teaching approaches. *Educational Studies in Mathematics*, 35, 51-64.
- Vergnaud, G. (1988). Long terme et court terme dans l'apprentissage de l'algèbre. In C. Laborde, *Actes du colloque franco-allemand de didactique des mathématiques et de l'informatique*. (pp. 189-199). La pensée sauvage.
- Vergnaud, G. (1989). Difficultés conceptuelles, erreurs didactiques et vrais obstacles épistémologiques dans l'apprentissage des mathématiques. In N. Bednarz & C. Garnier, *Construction des savoirs. Obstacles et conflits* (pp. 33-39). Les éditions Agence d'Arc.